

Ensaio Mecânico em Pelotas.

Análise Matemática do Ensaio Convencional

MARC ANDRÉ MEYERS⁽¹⁾
PEDRO PAULO MEYERS⁽²⁾

A análise dos fenômenos envolvidos na deformação elástica e fratura de um aglomerado esférico de minério de ferro possibilita a identificação de parâmetros importantes. Mostra-se, matematicamente, que a resistência à fratura de uma pelota deve ser proporcional à área da seção transversal. A fratura é iniciada no centro devido às tensões de tração geradas perpendicularmente ao eixo de compressão pela carga de compressão; ela se propaga sob a modalidade de clivagem em direção aos pontos de contato com as placas. A variação na resistência à compressão entre pelotas com estrutura e composição idêntica é devida a vazios internos de diferentes tamanhos, agindo como pontos de concentração de tensões. Microscopia eletrônica de varredura é utilizada na análise da estrutura interna e caracterização da morfologia de fratura.

1. INTRODUÇÃO

A produção de aglomerantes de minério de ferro conhecidos como pelotas, tem aumentado extraordinariamente desde a instalação da primeira usina-piloto na Universidade de Minnesota na década de 40⁽¹⁾, chegando à produção mundial anual, hoje, de 200 Mt. A aceitação de pelotas como substituto para minérios de alta qualidade vem gradualmente aumentando, sendo também usadas com sucesso nos processos de redução direta. À medida em que a demanda de pelotas aumenta e novos processos são aperfeiçoados, os requisitos de desempenho tornam-se mais estritos⁽²⁾. A resistência mecânica das pelotas é importante na estocagem, transporte e carregamento em altos-fornos.

Tanto a resistência à compressão quanto ao desgaste são necessárias para caracterizar o comportamento da pelota. Infelizmente, poucas investigações têm sido realizadas até o presente momento com o objetivo de compreender melhor os mecanismos envolvidos e desenvolver técnicas e ensaios mais aperfeiçoados.

O ensaio rotineiramente utilizado para determinar a resistência à compressão é descrito pela International Standards Organization⁽³⁾. Consiste em colocar a pelota entre duas placas paralelas e comprimi-la a uma taxa especificada, de 10 mm/min, até que ocorra a ruptura. Como se sabe que a resistência das pelotas varia com seu tamanho, escolhe-se uma faixa de tamanhos igual à média ± 3 mm. Devido à grande variação na resistência à compressão entre diferentes pelotas, o número a ser ensaiado é dado por:

$$n = \left(2 \frac{\sigma_p}{\beta}\right)^2$$

onde:

n é o número de pelotas;

β , a precisão pré-fixada e

σ_p , o desvio padrão entre as pelotas dentro da amostra de minério.

O número de pelotas requerido para a determinação da resistência mecânica tem aumentado nos últimos anos à me-

da em que os requisitos se tornam mais rigorosos. O objetivo da investigação cujos resultados estão descritos nesta comunicação foram dois: estabelecer uma compreensão mais rigorosa dos mecanismos envolvidos na fratura da pelota, e, baseado nisso, propor técnicas de ensaio mais aperfeiçoadas.

2. ANÁLISE MATEMÁTICA

O único tratamento teórico sobre resistência à compressão de aglomerados é o de Kapur e Fuerstenau⁽⁴⁾. Eles analisaram a fratura em pelotas aglomeradas com calcário e a atribuíram à formação de cones de cisalhamento nos pontos de contato. Encontraram uma relação linear entre o logarítmo da carga de fratura e o logarítmo do diâmetro. Outra hipótese básica é cogitada no presente trabalho: a fratura é devida às tensões de tração geradas pelas cargas de compressão agindo em direções perpendiculares ao eixo desta. Essas tensões têm seu valor máximo no centro da esfera. A figura 1 mostra esquematicamente a formação da fratura na região central devido às tensões de tração quando a esfera é comprimida.

Este fenômeno não é exclusivo de pelotas. Cilindros de aço sofrem trincas centrais quando comprimidos⁽⁵⁾, sendo

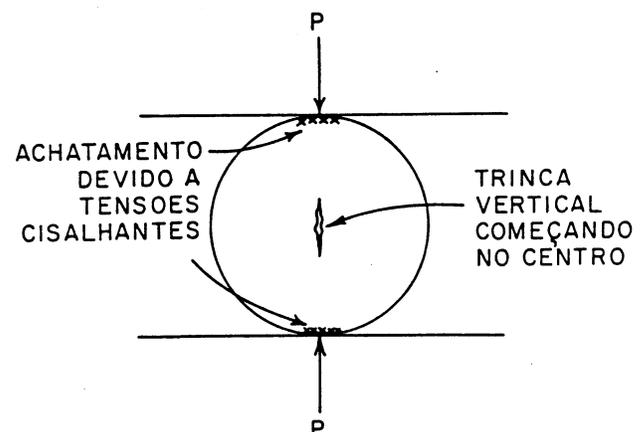


Fig. 1 — Esfera comprimida entre placas e fratura sendo iniciada por tensões de tração no centro. As tensões de cisalhamento devido à carga de compressão produzem achatamento nas regiões de contato placa-esfera.

(1) Membro da ABM. Engenheiro; M.Sc., Ph.D.; Professor Adjunto; New Mexico Institute of Mining and Technology; Socorro; N.M.; EUA.

(2) Membro da ABM. Engenheiro; M.Sc.; Chefe do Departamento de Controle de Qualidade e Pesquisa; Samarco Mineração S.A.; Ponta Ubu; Anchieta ES.

as trincas internas produzidas por tensões de tração. Este é, por sinal, o princípio usado na fabricação dos tubos sem costura Mannesmann⁽⁶⁾. Também, corpos-de-prova cilíndricos e em forma de disco sofrem fratura devido a tensões de tração geradas no centro. A análise matemática aqui apresentada é baseada em tratamento similar feito por Timoshenko⁽⁷⁾ para um disco, que se estende também para o caso esférico.

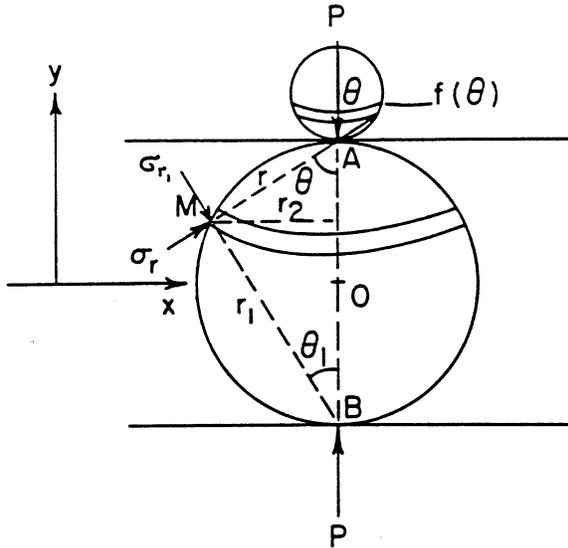


Fig. 2 — Força P agindo sobre a pelota sendo substituída pela função $f(\theta)$, que gera distribuição radial de tensões. No ponto M têm-se σ_r .

A figura 2 mostra a esfera sendo comprimida entre duas placas paralelas (carga P). Nos pontos de contato as tensões seriam infinitas caso a esfera e a placa fossem rígidas, porque a área de contato é efetivamente zero e a carga é finita. Este problema foi tratado por Hertz⁽⁸⁾ e as tensões são conhecidas como hertzianas. Mostra-se no capítulo seguinte que estas tensões não são importantes no processo de fratura e a análise apresentada a seguir não considera as tensões hertzianas nos pontos de contato esfera-placa. Segundo o procedimento de Timoshenko admite-se que cada uma das forças P produz uma distribuição radial, no plano, de tensões na superfície da esfera. Para tal substitui-se a força P por uma distribuição de forças $f(\theta)$ que, integrada sobre toda a superfície da placa, resulta em P. Assim:

$$\int_0^{\pi/2} f(\theta) \cos \theta d\theta = P \quad (1)$$

Fazendo-se:

$$f(\theta) = \frac{4 P \cos \theta}{\pi} \quad (2)$$

pode-se satisfazer a equação (1) e, deste modo, essa função $f(\theta)$ é satisfatória.

Um cone com vértice no ponto de contato esfera-placa intercepta a esfera segundo um círculo; este, define um disco, e as tensões agindo sobre ele estabelecem forças que estão em equilíbrio com os componentes de $f(\theta)$, que com eles fazem 180° . Essa tensão, por unidade de área, é designada por σ_r na figura 2. Assim, pode-se exprimir o equilíbrio de forças por:

$$\sigma_r r d\theta L = f(\theta) d\theta \quad (3)$$

onde L é o comprimento do círculo definido pelo disco:

$$L = 2\pi r_2 = 2\pi r \sin \theta \quad (4)$$

Tém-se, pois:

$$\sigma_r = \frac{2 P \cos \theta}{\pi^2 r^2 \sin \theta} \quad (5)$$

Analogamente, se se considerar a força P agindo na placa inferior, têm-se, a uma distância r_1 de M:

$$\sigma_{r_1} = \frac{2 P \cos \theta_1}{\pi^2 r_1^2 \sin \theta_1} \quad (6)$$

As cordas r e r_1 são mutuamente perpendiculares devido à geometria da esfera. Pode-se mostrar que σ_r é igual a σ_{r_1} , observando-se que:

$$\sin \theta_1 = \cos \theta = \frac{r}{d}$$

$$\cos \theta_1 = \sin \theta = \frac{r_1}{d}$$

Das equações (5) e (6) obtém-se:

$$\sigma_r = \sigma_{r_1} = \frac{2 P}{\pi^2 r r_1} \quad (7)$$

O produto $r r_1$ é uma constante ao longo de círculos que são paralelos às placas. Este fato propicia a combinação do mesmo método de derivação que o adotado por Timoshenko.

Os cálculos que seguem aplicam-se a um círculo. As componentes horizontal e vertical das tensões atuando em cada ponto sobre a superfície da esfera podem ser obtidas projetando-se σ_r e σ_{r_1} sobre os eixos xx e yy , respectivamente. A equação 63 de Timoshenko dá as soluções (há um erro: σ_x e σ_y devem ser trocados). Podem ser obtidos aplicando-se as equações 2-5 e 2-6 de Dieter⁽⁹⁾:

$$\begin{aligned} \sigma_x^1 &= \frac{\sigma_r}{2} - \frac{\sigma_r}{2} \cos 2\theta \\ &= \frac{\sigma_r}{2} (1 - \cos 2\theta) = \sigma_r \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^1 &= \frac{\sigma_r}{2} + \frac{\sigma_r}{2} \cos 2\theta \\ &= \sigma_r \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (9)$$

Para calcular a tensão total agindo sobre o ponto da esfera é necessário considerar o fato de que sobre a superfície não há forças externas agudas, exceto nos pontos de contato. Em cada ponto M sobre a superfície a tensão de tração ($-\sigma_r$) tem de ser adicionada a σ_x^1 e σ_y^1 :

$$\sigma_x = -2 \sigma_{r_1} \sin^2 \theta + \sigma_r = \frac{2 P}{\pi^2 r r_1} (1 - 2 \sin^2 \theta) \quad (10)$$

$$\sigma_y = -2\sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_r = \frac{2P}{\pi^2 r r_1} (1 - 2 \cos^2 \theta) \quad (11)$$

As equações (10) e (11) satisfazem as condições de contorno. Por exemplo, quando o ponto M está sobre o plano diametral paralelo às placas e passando pelo centro da esfera, $\theta = \theta_1 = \pi/2$ e $\sigma_x = \sigma_y = 0$. A tensão normal é necessariamente nula sobre a superfície externa. Os valores de σ_x e σ_y ao longo do plano diametral passando pelo centro e paralelo às placas podem ser expressos como ($r = r_1$):

$$\sigma_x = \frac{2P}{\pi^2} (x^2 + \frac{d^2}{4})^{-1} (1 - \frac{d^2}{4x^2}) \quad (12)$$

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi^2} (x^2 + \frac{d^2}{4})^{-1} [1 - \frac{d^2}{2} (x^2 + \frac{d^2}{4})^{-1}] \quad (13)$$

σ_x alcança o valor máximo no centro da esfera:

$$(\sigma_x)_{x=0} = \frac{8P}{\pi d^2} \quad (14)$$

O valor mínimo para σ_y é, de modo análogo, alcançado quando $x = 0$:

$$(\sigma_y)_{x=0} = -\frac{8P}{\pi d^2} \quad (15)$$

A figura 3 mostra a variação de σ_x e σ_y ao longo do plano diametral.

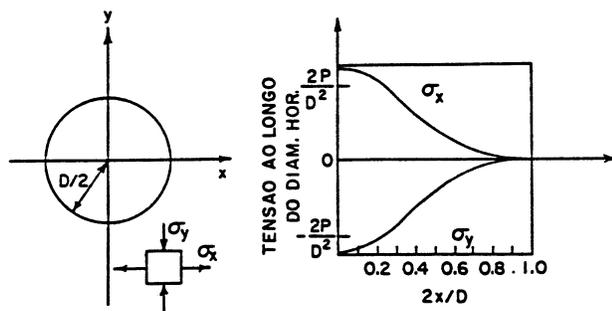


Fig. 3 - Tensões σ_x e σ_y em função da distância do centro da esfera, ao longo de plano diametral paralelo às placas. Têm-se σ_x na tração e σ_y na compressão.

A equação (15) pode ser convertida em uma expressão dando a resistência de uma pelota à compressão. Se se admitir que a pelota fratura quando a tensão de tração no centro alcança um valor crítico σ_c , então:

$$P_c = \frac{\pi d^2 \sigma_c}{8} \quad (16)$$

Se σ_c é o parâmetro característico do material, então a carga de ruptura P_c deveria aumentar com a área da seção transversal. O coeficiente angular de um gráfico P_c versus $\pi d^2/4$ representa a tensão de tração da pelota dividida por dois ($\sigma_c/2$). Se se admitir que o critério de tensão normal máxima - critério de Rankine - é obedecido, a tensão normal de compressão σ_y não deveria ter efeito significativo sobre a tensão de ruptura σ_c . Esta é uma hipótese

razoável para materiais frágeis⁽¹⁰⁾, que não exibem ductibilidade apreciável. O mesmo princípio é usado no ensaio brasileiro usado em minerais e rochas; um ensaio de compressão dá a resistência à tração. Sabe-se que a resistência à tração de minerais é representada pela sua resistência ao cisalhamento.

3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Foram conduzidos ensaios de compressão com pelotas de minério de ferro da Usina de Pelotização da Samarco Mineração S.A., em Ponta Ubu. Estas pelotas são formadas em discos de pelotização e consistem em mistura de minério hematítico, com tamanho de partícula inferior a 44 μm , água, cal hidratada e bentonita. Elas são endurecidas em um forno e o diâmetro varia entre 9 e 16 mm. As pelotas foram ensaiadas à temperatura ambiente em uma máquina universal, com velocidade e compressão inferior àquela recomendada pela norma ISO para permitir melhor controle dos parâmetros do ensaio.

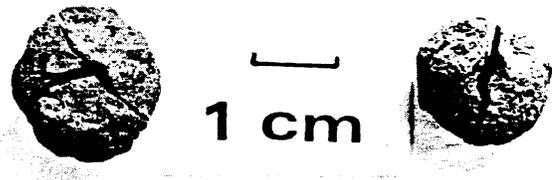


Fig. 4 - Vista de topo de pelotas fraturadas. Os planos de fratura são perpendiculares aos planos das placas.

As fraturas mais freqüentes ocorreram ao longo de um plano vertical; a esfera dividiu-se em duas ou mais partes por um processo de fratura. A figura 4 mostra uma vista de topo de uma pelota fraturada, dividida em duas e três partes. Com a ajuda de um microscópio de varredura verifica-se que o processo de fratura foi do tipo clivagem de tração. A fratura é transgranular: atravessa as partículas de hematita menores do que 44 μm . Estas partículas individuais podem ser vistas claramente na figura 5.

O aglomerante utilizado para a formação da pelota, cal e bentonita, funde-se durante o processo de endurecimento e forma uma liga entre as partículas de hematita. A figura



Fig. 5 - Aspecto da fratura na região de clivagem. Esta é a morfologia característica da menor parte da fratura.

6 mostra uma varredura da interface entre três partículas fraturadas. Observa-se a presença de silício e cálcio ao longo das interfaces, que são destituídas de ferro. Isso

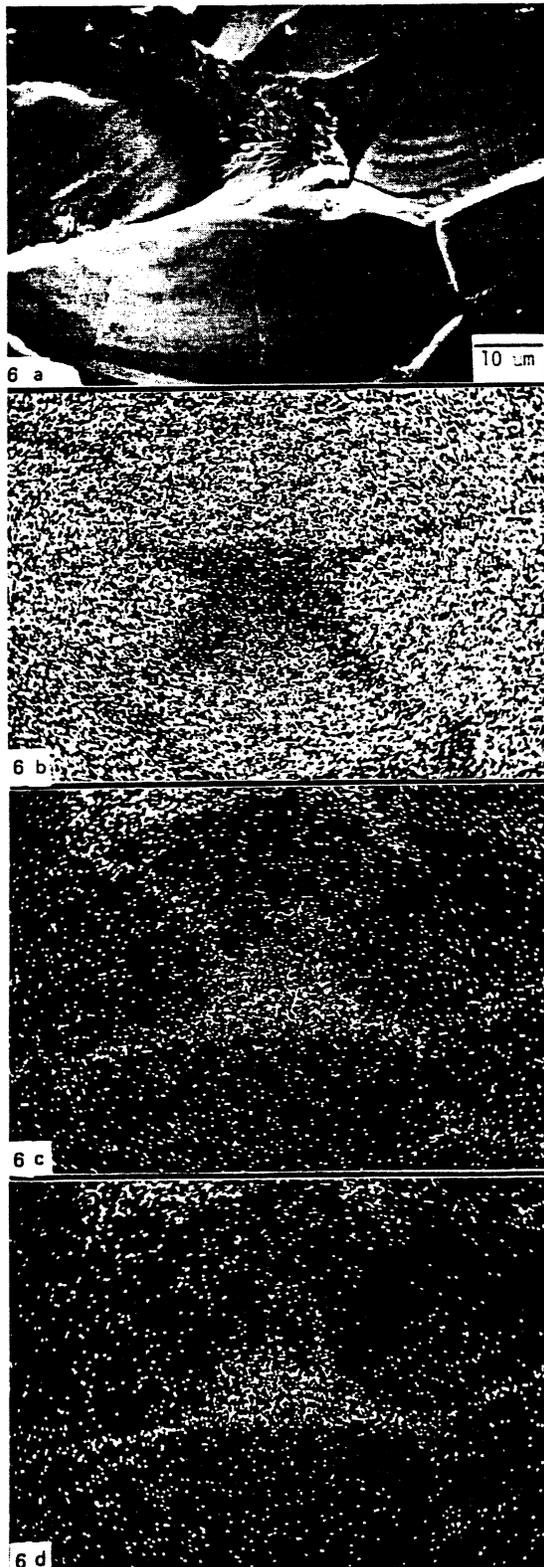


Fig. 6 — Varredura da região fraturada indicando presença de cálcio e silício na interface entre partículas. Os pontos brancos indicam presença de elemento: (a) superfície da fratura; (b) varredura de ferro; (c) varredura de cálcio e (d) varredura de silício.

mostra que a fratura é realmente transgranular e que a região de interface apresenta resistência à tração similar ou mesmo superior à da região de partículas hematíticas.



Fig. 7a — Aspecto da fratura próximo à interface de contato placa-pelota. Observa-se que as partículas são muito menores do que na figura 5. Fratura produzida por cisalhamento.

A região adjacente ao ponto de contato entre a placa e a pelota apresenta morfologia bem diferente. A observação através de microscópio de varredura confirma a morfologia diferente, o que indica que houve um mecanismo de fratura diferente. A figura 7 (b) mostra uma região plana correspondente à superfície de contato entre a pelota e uma região mais irregular adjacente a ela. A região mais irregular foi aumentada na figura 7 (a). Em contraste à figura 5 as partículas são muito menores e mais irregulares. O tamanho dessas partículas é de aproximadamente $5 \mu\text{m}$; portanto, as partículas originais de hematita foram esmagadas. Esta característica é indicativa de falha por cisalhamento.



Fig. 7b — Aspecto da fratura próximo à interface de contato placa-pelota. Fratura produzida por cisalhamento.

Tensões de compressão extremamente altas na região de contato geram, a 45° , tensões de cisalhamento que fraturam as partículas de hematita. A existência dessa região de falha por cisalhamento foi reconhecida por Jaeger e Cook⁽¹¹⁾ e Kapur e Fuerstenau⁽⁴⁾. Os primeiros não

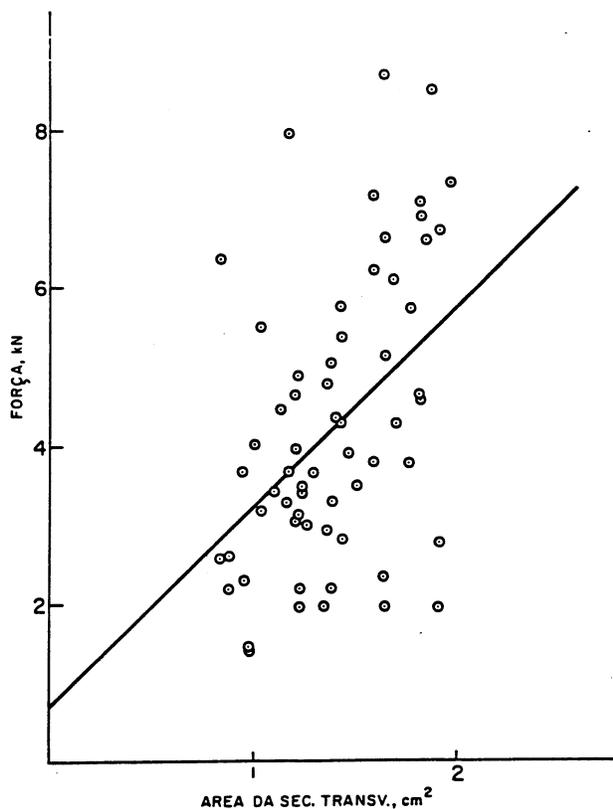


Fig. 8 — Força de fratura, P_C , versus a área da seção transversal das pelotas. Retta obtida pelo método dos quadrados mínimos (regressão linear).

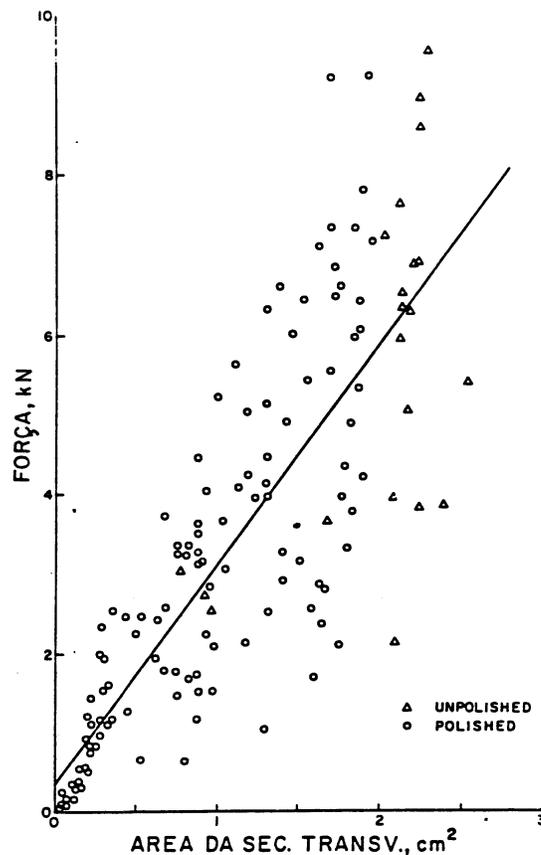


Fig. 9 — Força de fratura, P_C , versus a área da seção transversal das pelotas. Nota-se a faixa de áreas indo até zero, em contraste com a figura 8. Pelotas menores foram obtidas pelo polimento das pelotas maiores.

atribuem muita importância a essas falhas por cisalhamento como responsáveis pela fratura de partículas de hematita. Portanto, pode-se concluir que a fratura de pelotas é causada por tensões de tração, maiores no centro.

A figura 8 mostra uma tentativa de se correlacionar dimensões de pelotas com carga de fratura de acordo com a equação (16). A área da seção transversal da pelota foi obtida através de seu peso. A densidade, calculada através do diâmetro das pelotas, foi de $3,83 \text{ g/cm}^3$. Observou-se que houve muita variação de compressão. As possíveis causas das variações são: irregularidade da superfície da pelota, existência de vazios internos, variações intrínsecas na compressão e tamanho. A reta obtida através de cálculos de regressão linear correlaciona claramente a área da seção transversal com resistência à compressão.

Kapur e Fuerstenau⁽⁴⁾, por outro lado, correlacionam resistência à compressão com a massa. Esse trabalho visa obter uma correlação melhor e os resultados são mostrados na figura 9. A análise estatística dos dados dessa figura, aproximadamente 150 pelotas, revelou um coeficiente de correlação com a reta de 0,60. O coeficiente angular da reta é $2,785 \text{ kN/cm}^2$, com desvio padrão de $0,265 \text{ kN/cm}^2$. O intercepto da reta é $0,34 \text{ kN}$, com desvio padrão de 340 . Assim, o intercepto pode ser considerado como zero, como previsto pelo modelo, e a resistência à tração média das pelotas, o dobro do coeficiente angular, é igual a $57,85 \text{ MN/m}^2$.

Para analisar a influência de vazios na resistência das pelotas cortaram-se diametralmente duas pelotas com o auxílio de uma serra de diamante. A figura 10 mostra a fotografia obtida com microscópio de varredura, com os vazios variando em tamanho até aproximadamente $0,3 \text{ mm}$.

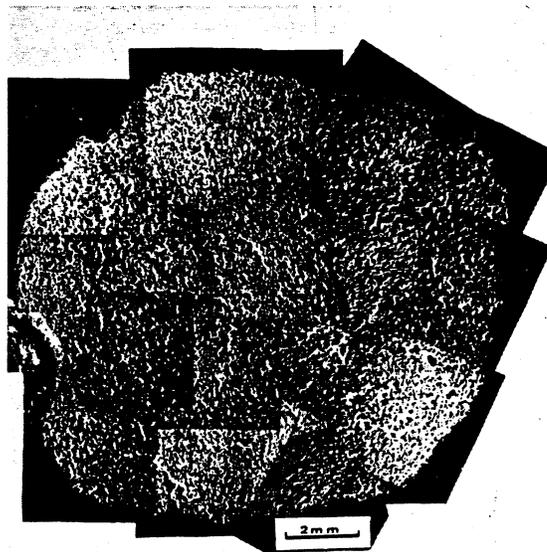


Fig. 10 — Seção transversal da pelota mostrando vazios.

A alta porosidade apresentada por pelotas é devido à água presente na pelota crua, que se evapora durante o processo de secagem. Observando-se esses vazios com aumento maior (Fig. 11), nota-se que eles têm contornos arredondados devido ao escoamento viscoso dos materiais durante a queima.



Fig. 11 — Vazio em pelota visto por microscópio eletrônico de varredura. Notam-se os aspectos arredondados das superfícies internas do vazio e as gotas produzidas pelo escoamento viscoso do material durante o endurecimento da pelota.

A densidade dos vazios foi medida com aumento de 22 X, com a ajuda do método de Skektor descrito por Hoff e Rhines⁽¹²⁾. Os vazios são supostamente esféricos e a distância de corda é medida pelo método de interceptor. O comprimento total das linhas medidas foi de 900 mm, tendo sido medidos um total de 1300 vazios. A figura 12 mostra a densidade de vazios para diferentes diâmetros. Os vazios abaixo de 0,04 mm não podem ser vistos para os aumentos utilizados durante o ensaio; portanto, não foram incluídos no gráfico da figura 11.

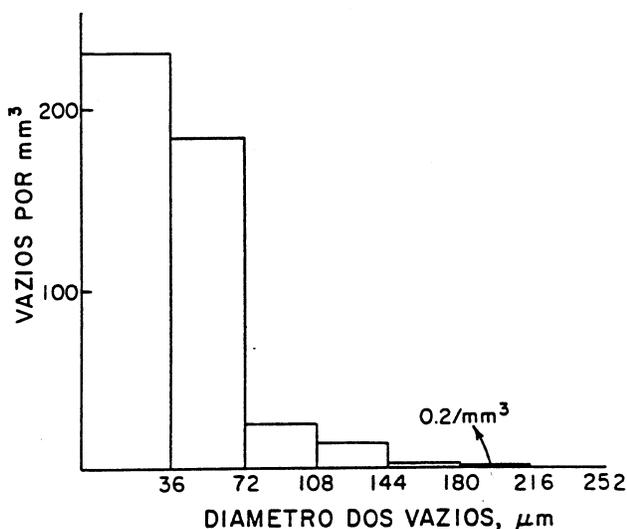


Fig. 12 — Densidade de vazios versus diâmetro admitindo vazios esféricos, utilizando-se o método de Spektor.

A presença desses vazios pode ter grande influência na resistência mecânica da pelota. No campo da mecânica das fraturas os efeitos de falhas nas propriedades dos materiais são estudados; o efeito de um vazio é gerar uma concentração de tensões nas extremidades do vazio. Esse mecanismo é descrito por Hertzberg⁽¹³⁾ e Knott⁽¹⁴⁾, pela expressão:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{med}} (1 + k \sqrt{\pi a}) \quad (17)$$

onde:

- σ_{med} = tensão média;
- a = comprimento da falha e
- k = constante.

Apesar de terem sido consideradas esféricas, as falhas apresentam muitas irregularidades, como pontes entre partículas de hematita. Portanto, as tensões de tração a que é submetido o núcleo da pelota (equação 16) terão de ser corrigidas para levar em consideração os vazios:

$$P_c = \frac{\pi d^2 \sigma_c}{8 (1 + k \sqrt{\pi a})} \quad (18)$$

Assim, uma pequena pelota que não contém um vazio poderá ser mais resistente do que uma pelota grande contendo um vazio.

4. CONCLUSÕES

Mostrou-se matematicamente que a resistência à fratura de uma pelota deve ser proporcional à área da seção transversal. A fratura é iniciada no centro devido a tensões de tração geradas perpendicularmente ao eixo de compressão pela carga de compressão; ela se propaga sob a modalidade de clivagem, em direção aos pontos de contato com as placas.

A relação obtida para a carga de ruptura de uma pelota quando submetida a compressão é a seguinte:

$$P_c = \frac{\pi d^2 \sigma_c}{8}$$

onde d é o diâmetro da pelota e σ_c a tensão de tração no centro. Se levarmos em consideração a presença de vazios internos essa relação terá de ser corrigida para:

$$P_c = \frac{\pi d^2 \sigma_c}{8 (1 + k \sqrt{\pi a})}$$

onde k é constante e a o comprimento da falha (vazio).

BIBLIOGRAFIA

1. FIRTH, C.V. — Agglomeration of Fine Iron Ore; Blast Furnace and Raw Materials Conference; AIME; 1944.
2. SASTRY, K.V.S. ed. — Agglomeration 77; AIME; New York; 1978.
3. ISO/TO 102/SC 3 283E — ISO Proposal: A Method for Determination of Crushing Strength, Fevereiro, 1974.
4. KAPUR, P.C.; & FUERSTENAU, D.W. — J. Am. Cer. Soc.; 1967; v. 59; p. 14.
5. DIETER, G. — Mechanical Metallurgy; McGraw-Hill; New York; 2ª ed.; 1976; p. 604.
6. MC GANNON, H.E. ed. — The Making, Shaping, and Treating of Steel; United States Steel; 9ª ed.; 1971; p. 891.
7. TIMOSHENKO, S. — Theory of Elasticity; 1ª ed.; McGraw-Hill; New York; 1934; p. 104.
8. HERTZ, H. — Hertz's Miscellaneous Papers; MacMillan; London, 1896.
9. Ref. 5, p. 23.
10. POPOV, E.P. — Mechanics of Materials; Prentice-Hall; Englewood Cliffs; New Jersey; 1976; p. 298.
11. JAEGER, J.C.; & COOK, N.G.W. — Fundamentals of Rock Mechanics; 3ª ed.; Chapman and Hall; London; 1979; p. 171.
12. HOFF, R. DE; RHINES, R.N. — Quantitative Microscopy; McGraw-Hill; New York; 1968; p. 183.
13. HERTZBERG, R.W. — Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials; J. Wiley; New York; 1976.
14. KNOTT, J.F. — Fundamentals of Fracture Mechanics; J. Wiley (Halsted Press); New York; 1973.